Het 3+1 formalisme en “Alcubierre Warp”

Rik Snel

9 september 2000

Samenvatting

In dit essay bespreek ik kort het formalisme waarin Miguel Alcubierre zijn “warp drive” metriek afleidt, vervolgens bespreek ik de afleiding zelf en een aantal theoretische problemen die de kop op steken bij een nadere analyse. Ten slotte concludeer ik dat, ondanks recente ontwikkelingen, “warp drive” nog wel even op zich zal laten wachten of misschien wel principieel onmogelijk is.

1 Inleiding

In science-fiction is “warp drive” een populair fenomeen. Het stelt sterrenschepen in staat om grote afstanden af te leggen in zeer korte tijd en er is geen spraken van tijd-dilatatie of inertiaal effecten. In 1994 schreef de fysicus Miguel Alcubierre een artikel [1] waarin hij liet zien dat het in de algemene relativiteitstheorie in principe niet onmogelijk is om effectief sneller dan het licht te reizen die vrijwel dezelfde eigenschappen heeft als de “warp drive” in de science-fiction.

Dit essay heeft tot doel het artikel van Miguel Alcubierre over “Warp Drive” [1] begrijpelijk te maken en samen te vatten voor mensen die een inleidend college Algemene Relativiteitstheorie gevolgd hebben. Daartoe behandel ik het 3+1 formalisme zoals dat besproken wordt in [7]. Aan de orde komen onder andere shift en lapse functies en extrinsieke kromming. Aan de hand van het geleerde laat ik zien dat de metriek die Alcubierre voorstelt precies doet wat Alcubierre wil en bespreek ik theoretische bezwaren. Er zijn tussen 1994 en nu best veel serieuze artikelen verschenen in reactie op Alcubierre. Zie onder andere de literatuurlijst aan het eind.

2 Het 3+1 formalisme

Deze bespreking van het 3+1 formalisme is gebaseerd op die in hoofdstuk 21 van [7].

Beschouw een 4 dimensionale ruimte-tijd met signatuur $(3, 1)$ en coördinatiseer deze zodanig dat t de tijdsvariabele is. De hypervlakken met constante t zijn dan ruimte-achtig.

2.1 Het sandwichmodel

Om te zien welke grootheden van belang zijn om de gehele ruimte-tijd te beschrijven als geparametriseerde familie van (gekromde) hypervlakken, beperken we ons even tot een dunne "sandwich". De sandwich bestaat uit het ruimtelijke hypervlak met $t = t_0$, het ruimtelijke hypervlak met $t = t_0 + \mathrm{d}t$ (waarin $\mathrm{d}t$ een "kleine" verandering van t voorstelt) en de ruimte hiertussen.

We hebben in eerste instantie de 3-metrieken nodig van de onderkant en de bovenkant van de sandwich

$$\gamma_{ij}(t,x,y,z)\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j$$

en

$$\gamma_{ij}(t+\mathrm{d}t,x,y,z)\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j$$

om te weten wat de meetkunde is op de twee hypervlakken. De metrieken zijn symmetrisch en positief-definiet. De γ_{ij}'s hebben ook inversen die we zullen noteren met γ^{ij}.

Verder hebben we een lapse[1] functie nodig. Deze vertelt ons wat de toename van de tijd is op een klokje dat in rust is ten opzichte van het hypervlak met $t = t_0$ terwijl het reist naar het het hypervlak met $t = t_0 + \mathrm{d}t$ met behulp van het verloop in coördinaat-tijd $\mathrm{d}t$. In formulevorm

$$\mathrm{d}\tau(t,x,y,z) = \alpha(t,x,y,z)\mathrm{d}t,$$

hierin is α de lapse functie.

Zo hebben we ook shift functies nodig waar in de bovenste helft van de sandwich dat klokje terecht komt als het start in (t,x,y,z)

$$x^i_{t_0+\mathrm{d}t} = x^i_{t_0} - \beta^i(t,x,y,z)\mathrm{d}t,$$

Hierin zijn de β^i de shift functies.

Om ons ervan te overtuigen dat de metriek van de ruimtetijd in de sandwich volledig bepaald is gaan we deze uitrekenen. Gevraagd is $(\mathrm{d}s)^2$ tussen de punten (t,x,y,z) en $(t+\mathrm{d}t, x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, z+\mathrm{d}z)$ te berekenen. Dit doen we met de vierdimensionale stelling van Pythagoras

$$\begin{aligned}
(\mathrm{d}s)^2 &= (\text{afstand in } 3-\text{meetkunde})^2 - (\text{toename van eigentijd})^2 \\
&= \gamma_{ij}(t,x,y,z)\cdot(\mathrm{d}x^i + \beta^i\mathrm{d}t)\cdot(\mathrm{d}x^j + \beta^j\mathrm{d}t) - (\alpha\mathrm{d}t)^2 \\
&= \gamma_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j + \gamma_{ij}\mathrm{d}x^i\beta^j\mathrm{d}t + \gamma_{ij}\beta^i\mathrm{d}t\mathrm{d}x^j + \gamma_{ij}\beta^i\beta^j(\mathrm{d}t)^2 \\
&= \gamma_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j + 2\beta_i\mathrm{d}x^i\mathrm{d}t + (\beta^i\beta_i - \alpha^2)(\mathrm{d}t)^2
\end{aligned}$$

Als we de identificatie maken met de 4-metriek $g_{\mu\nu}$ uitgeschreven in ons coördinatenstelsel dan zien we

$$\left\| \begin{array}{cc} g_{00} & g_{0j} \\ g_{i0} & g_{ij} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} \beta_k\beta^k - \alpha^2 & \beta_j \\ \beta_i & \gamma_{ij} \end{array} \right\|.$$

[1] Ik doe geen moeite om engelse termen te vertalen, als ik dat wel zou doen, dan krijgen we te maken met een verloopfunctie en verschuiffuncties in plaats van met een lapse functie en shift functies.

Hier is de 3-metriek γ_{ij} gebruikt om de indices van β^i naar beneden te halen. Dit is de uitdrukking die Arnowitt, Deser en Misner voor het eerst in 1962 vonden.

We hebben ook een uitdrukking voor $g^{\mu\nu}$ nodig. We kunnen hem bepalen uit

$$\delta^\mu{}_\nu = \left\| \begin{array}{cc} g^{00} & g^{0j} \\ g^{i0} & g^{ij} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{cc} g_{00} & g_{0l} \\ g_{j0} & g_{jl} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} g^{00}(\beta_k\beta^k - \alpha^2) + g^{0j}\beta_j & g^{00}\beta_l + g^{0j}\gamma_{jl} \\ g^{i0}(\beta_k\beta^k - \alpha^2) + g^{ij}\beta_j & g^{i0}\beta_l + g^{ij}\gamma_{jl} \end{array} \right\| .$$

Het is eenvoudig na te gaan dat de uitdrukking die [7] geeft:

$$g^{\mu\nu} = \frac{1}{\alpha^2} \left\| \begin{array}{cc} -1 & \beta^j \\ \beta^i & \gamma^{ij} - \beta^i\beta^j \end{array} \right\|$$

de juiste is.

De volgende stap is het bepalen van de tijdachtige eenheidsvector n^μ, daarvoor moet gelden dat

$$n^\mu n_\mu = g_{\mu\nu} n^\mu n^\nu = -1.$$

We willen ook dat n^μ loodrecht staat op alle snelheidsvectoren die in het raakvlak aan het hypervlak met $t = t_0$ liggen. Hieruit volgt dat de x, y en z componenten van $n_\nu = g_{\nu\mu} n^\mu$ nul moeten zijn, dus

$$n_\nu = (A, 0, 0, 0),$$

waarbij we A kunnen bepalen uit de normeringsconditie

$$-1 = n^\mu n_\mu = g^{\mu\nu} n_\nu n_\mu = \frac{1}{\alpha^2} \begin{pmatrix} -A \\ \beta^i A \end{pmatrix} (A, 0, 0, 0) = -\frac{A^2}{\alpha^2}.$$

Omdat we willen dat n^μ wijst in de richting van toenemende tijd, kiezen we

$$n^\mu = \frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ -\beta^i \end{pmatrix}.$$

Merk op dat deze vector een veelvoud is van de snelheidsvector van het klokje dat we hebben gebruikt bij het introduceren van de shift functies en de lapse functie. Waarnemers die deze n^μ als snelheidsvector hebben worden door Alcubierre "Eulerse" (Eulerian) waarnemers genoemd.

2.2 Covariante afgeleide en extrinsieke kromming

Van onze hypervlakken bij constante t beschouwen we de 3-metriek en dus de intrinsieke kromming als gegeven, omdat deze hyperoppervlakken ingebed liggen in een 4-dimensionale ruimte is ook de extrinsieke kromming van belang. Hieronder zullen we de extrinsieke kromming invoeren, maar niet voordat we een parallel transport en een bijbehorende covariante afgeleide hebben ingevoerd.

Parallel transport ten opzichte van ons 3 dimensionale hypervlak is wat anders dan parallel transport ten opzichte van de omliggende ruimte; bij parallel transport ten opzichte van de omliggende ruimte zal de getransporteerde vector over het algemeen niet meer in de raakruimte van het hypervlak liggen.

We definiëren de covariante afgeleide in ons hypervlak als volgt

$$A_{h|i} := \frac{\partial A_h}{\partial x^i} - A_m \digamma^m{}_{hi}.$$

Het symbool $\digamma$[2] speelt in de drie metriek dezelfde rol als Γ in de vier metriek.

Het verband tussen Γ_{ijk} en $\digamma_{ijk}$ is erg eenvoudig

$$\Gamma_{ijk} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ji}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{ki}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i}\right) = \digamma_{ijk},$$

Beschouw een punt (t_0, x, y, z) en ander punt daar in de buurt $(t_0, x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, z+\mathrm{d}z)$, bij elk van deze punten hoort een normaalvector. Bekijk de verandering van normaalvector

$$\mathrm{d}n^\mu = n^\mu(t_0, x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, z+\mathrm{d}z) - n^\mu(t_0, x, y, z).$$

De vector n^μ is constant in lengte dus $\mathrm{d}n^\mu$ moet loodrecht op n^μ staan, dus we mogen $\mathrm{d}n^\mu$ zien als element van de raakruimte van ons hypervlak. Definieer K_{ij} zodanig dat

$$\mathrm{d}n^j = -K_i{}^j(t_0, x, y, z)\mathrm{d}x^i.$$

De tensor K_{ij} heet de extrinsieke krommingstensor. De definitie is zodanig dat het teken van K_{ij} positief is als de punten van $n^\mu(t_0, x^i)$ en $n^\mu(t_0, x^i+\mathrm{d}x^i)$ dichter bij elkaar liggen dan hun voetpunten. Dit heeft tot gevolg dat $-\mathrm{Tr}K$ een maat is voor de uitzetting van volume-elementjes omdat $\mathrm{Tr}K$ de som van de eigenwaarden is.

De normalen n^μ vormen een vectorveld, en van een vectorveld kunnen we de covariante afgeleide in de richting van de i-de basisvector nemen. De uitspraken die de covariante afgeleide en de uitwendige krommingstensor over $\mathrm{d}n^\mu$ doen kunnen we als volgt aan elkaar relateren

$$n^j{}_{;i} = -K_i{}^j.$$

Door hiermee een andere uitdrukking voor K_{ij} af te leiden kunnen we zien dat K_{ij} symmetrisch is

$$K_{ij} = -n_{j;i} = -\left(\frac{\partial n_j}{\partial x^i} - \Gamma^\mu_{ij} n_\mu\right) = \Gamma^0_{ji} n_0.$$

De laatste stap is gerechtvaardigd door het feit dat alleen de 0-de component van n_μ ongelijk aan 0 is. Symmetrie van K_{ij} volgt nu uit de symmetrie van Γ^μ_{ji} in de onderindices.

We willen K_{ij} graag uitdrukken in de shift en lapse functies die we eerder hebben geïntroduceerd. Daartoe schrijven we

$$K_{ij} = \Gamma^0_{ij} n_0 = -\alpha\left(g^{00}\Gamma_{0ij} + g^{0k}\Gamma_{kij}\right).$$

[2]$\digamma$ is de Hebreeuwse letter digamma, dit vond ik de meest passende letter voor de connectie naast Γ.

Als we gebruik maken van onze uitdrukking van $g^{\mu\nu}$ in termen van γ_{ij}, β^i en α dan zien we

$$
\begin{aligned}
K_{ij} &= \frac{-1}{\alpha}\left(-\Gamma_{0ij} + \beta^k \Gamma_{kij}\right) \\
&= \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{j0}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^0} - 2\beta^k \Gamma_{kij}\right) \\
&= \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{\partial \beta_i}{\partial x^j} - \Gamma^k_{\ ij}\beta_k + \frac{\partial \beta_j}{\partial x^i} - \Gamma^k_{\ ij}\beta_k - \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial x^0}\right) \\
&= \frac{1}{2\alpha}\left(\beta_{i|j} + \beta_{j|i} - \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t}\right)
\end{aligned}
$$

We hebben nu voldoende machinerie ontwikkeld om het artikel van Alcubierre te bespreken.

3 "Alcubierre Warp"

Sneller dan het licht reizen is in de speciale relativiteitstheorie niet toegestaan, dit is nog steeds waar in de algemene relativiteitstheorie maar alleen *lokaal*. Het idee van "Warp Drive" is het manipuleren van de ruimte zelf. Miguel Alcubierre construeert een expliciet voorbeeld waarmee hij aantoont dat het niet principieel onmogelijk is, gegeven dat je beschikking hebt over "exotische materie", om met een effectieve snelheid groter dan het licht te reizen. Op wat "effectieve snelheid" precies is kom ik later terug.

3.1 Metriek en interpretatie

We nemen een ruimte die globaal Minkowski is. Ons ruimteschip zal zich bewegen over de x-as volgens de functie $x_s(t)$. Definieer

$$v_s(t) := \frac{\mathrm{d}x_s(t)}{\mathrm{d}t},$$

$$f(r) := \frac{\tanh\left(\sigma(r+R)\right) - \tanh\left(\sigma(r-R)\right)}{2\tanh(\sigma R)},$$

en

$$r(t,x,y,z) := \sqrt{(x - x_s(t))^2 + y^2 + z^2}.$$

De functie f is ongeveer 1 op het interval $[-R, R]$ en valt daarna af naar 0 en dat doet zij sneller naarmate σ groter is. De laatste functie geeft voor elk tijdstip de ruimtelijke afstand tot het ruimteschip.

Zoals we eerder hebben gezien ligt de metriek $g_{\mu\nu}$ volledig vast als α, β^i en γ_{ij} gegeven zijn. Hier volgen ze in termen van de functies hierboven

$$\alpha = 1,$$

$$
\begin{aligned}
\beta^1 &= -v_s(t) f(r(t,x,y,z)), \\
\beta^2 &= \beta^3 = 0, \\
\gamma_{ij} &= \delta_{ij}.
\end{aligned}
$$

De laatste identiteit zegt dat de meetkunde in de hypervlakken met constante t vlak is en de definitie van α zegt dat, voor Eulerse waarnemers, de coördinaat tijd gelijk is aan de eigentijd. De functie β^1 is het meest interessant, deze zorgt ervoor dat in een R omgeving van het ruimteschip de dwarsverbindingen tussen de hyperoppervlakken naar rechts gaan staan en wel méér naar rechts naarmate de snelheid méér positief is. Deze functie zorgt er precies voor dat een Eulerse waarnemer die zich op $t = t_1$ op $r = 0$ bevindt zich op elk ander tijdstip ook op $r = 0$ bevindt. Dit gaat precies goed omdat de afgeleide van $x_s(t)$ in de definitie van β^1 staat.

De vier-metriek $g_{\mu\nu}$ ziet er in termen van de gegeven functies als volgt uit

$$
g_{\mu\nu} = \begin{Vmatrix} v_s^2 f(r)^2 - 1 & -v_s f(r) & 0 & 0 \\ -v_s f(r) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.
$$

Wat is nu "effectieve snelheid"? Stel dat A en B twee wereldlijnen zijn van Eulerse waarnemers, dat de ruimtelijke vervormingen die we gaan aanbrengen uit de buurt blijven van A en B en dat de ruimtelijke afstand tussen A en B gelijk is aan l. Vanwege het Minkowski karakter van de ruimte tijd hebben we een zinnig globaal tijdsbegrip. Stel nu dat ons ruimteschip zich op $t = t_1$ bevindt op een ruimtelijke afstand a van A met

$$
R \ll d(A, a) \ll l
$$

en op tijdstip $t = t_2$ bevindt op een ruimtelijke afstand b van B met

$$
R \ll d(B, b) \ll l
$$

dan is de effectieve snelheid zoiets als

$$
v_{\text{eff}} = \frac{l}{t_2 - t_1}.
$$

De eisen op a en b zorgen ervoor dat de wereldlijnen A en B niet verstoord worden door de vervormingen van de ruimte-tijd en dat de afgelegde afstand praktisch gelijk is aan l. Het gebied net $r < R$ wordt de "warp bubble" genoemd.

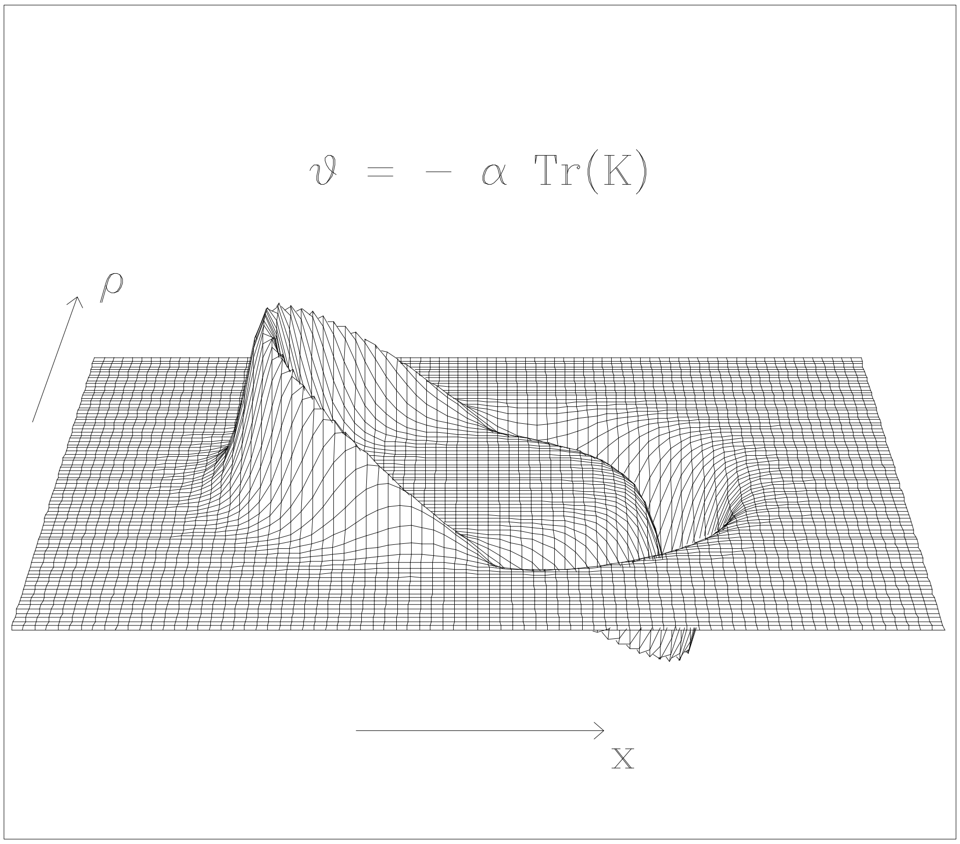
De extrinsieke krommingstensor blijkt interessante informatie te geven over wat er nu eigenlijk gebeurt. K_{ij} is in dit geval vrij makkelijk te berekenen

$$
K_{ij} = \frac{1}{2\alpha}\left(\beta_{i|j} + \beta_{j|i} - \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \beta_i}{\partial x^j} + \frac{\partial \beta_j}{\partial x^i}\right).
$$

De grootheid die de expansie en contractie van volume-elementjes weergeeft is TrK

$$\vartheta = -\alpha \mathrm{Tr} K = -\alpha \gamma^{ij} K_{ij} = v_s x_s / r \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}r},$$

de berekening is eenvoudig als je opmerkt dat de enige functie in β^i die afhangt van x f is, na het toepassen van de kettingregel volgt dan het resultaat.



Figuur 1: Plot van ϑ tegen de plaats op de x-as en de ruimtelijke afstand tot de x-as. De gekozen waarden voor de parameters in f zijn $R = 8$ en $\sigma = 1$. Deze figuur is direct overgenomen uit [1].

Figuur 1 laat duidelijk zien dat de volume-elementjes voor het ruimteschip samentrekken en dat volume elementjes achter het schip expanderen. Populair gezegd komt de wijze van voortstuwing dus neer op het vernietigen van ruimte voor het ruimteschip en het produceren van ruimte achter het ruimteschip.

3.2 Geodeten

De geodetische vergelijking luidt

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\mu(\sigma)}{\mathrm{d}\sigma^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda}(x(\sigma))\frac{\mathrm{d}x^\nu(\sigma)}{\mathrm{d}\sigma}\frac{\mathrm{d}x^\lambda(\sigma)}{\mathrm{d}\sigma} = 0.$$

De eerste integraal van deze vergelijking met beginvoorwaarde $u_\mu = (-1, 0, 0, 0)$ (dus evenwijdig aan n_α) is

$$\frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}t} = u^\mu = (1, v_s(t) f(r(t, x, t, z), 0, 0).$$

Dit bevestigt de interpretatie van de dwarsverbindingen in het sandwich model. Dit betekent dat als de ruimtelijke afstand van een waarnemer tot de x-as precies 0 is en de waarnemer zich vóór de "warp bubble" bevindt zijn positie uiteindelijk naar $x_s(t)$ zal gaan; vanwege f is zijn snelheid namelijk altijd iets lager dan die van het centrum van de "warp bubble". Als $0 < \rho < R$ dan wordt de waarnemer voor eindige tijd meegesleept met de "warp bubble". In het geval dat $\rho > R$ wordt de waarnemer niet beïnvloed.

Clark, Hiscock en Larson keken in [5] naar de geodetische vergelijking voor fotonen. Ze hebben dit gedaan door de vergelijking numeriek te integreren en te letten op de hoek die de fotonen maken met de x-as binnen de "warp bubble" en ver erbuiten.

Omdat het erg moeilijk is om numeriek fotonen uit het oneindige te mikken op een snel bewegend punt hebben ze een truuk toegepast; ze hebben even de tijd omgekeerd en hebben fotonen uitgezonden vanaf $x_s(t)$ en hebben gekeken hoe ze naar het oneindige lopen.

De conclusie is dat er zich vóór het schip een kegelvormig gebied bevindt waar het schip geen fotonen naar kan uitzenden en dat er zich achter het schip een kegelvormig gebied bevindt van waaruit het schip geen fotonen kan ontvangen. De bemanning ziet voor het schip echter geen zwarte vlek voor zich, omdat fotonen uitgezonden buiten het gebied van waaruit niets ontvangen kan worden naar binnen worden afgebogen.

3.3 Negatieve energie en causaliteit

Het artikel van Alcubierre komt uit 1994, toch zijn er nog geen ruimteschepen met "warp drive". Laten we eens kijken naar de massadichtheid zoals die wordt waargenomen door de Eulerse waarnemers

$$T^{\mu\nu} n_\mu n_\nu = \alpha^2 T^{00} = \frac{1}{8\pi} G^{00} = \frac{-1}{8\pi}\frac{v_s^2 \rho^2}{4r^2}\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2.$$

De letter ρ is hier weer de ruimtelijke afstand tot de x-as. De waargenomen massadichtheid is negatief. Een fysisch principe dat dit verbiedt is de zwakke energie-conditie[3], dit luidt: 'Voor alle waarnemers is de energiedichtheid niet-negatief.'

[3] WEC: Weak Energy Condition

Dit hoeft op zich geen onoverkomelijk probleem te zijn, want in de quantummechanica kan de zwakke energie-conditie ook geschonden worden. Het Casimir effect is een voorbeeld van zo'n schending. Daarom is de zwakke energie-conditie vervangen door een ongelijkheid waar alle bekende quantummechanische schendingen van de zwakke energie-conditie aan voldoen, maar die wel beperkingen oplegt aan negatieve energiedichtheden.

Pfenning en Ford laten in [8] zien dat de energie-impulstensor van Alcubierre over het algemeen ook de quantummechanische versie van de zwakke energie-conditie schendt. De enige uitweg is het maken van een microscopisch kleine "warp bubble" en dat biedt weinig mogelijkheden om van die "warp bubble" gebruik te maken voor ruimtereizen.

De promovendus Chris van den Broeck presenteert in [3] een uitweg. De belangrijke opmerking is dat [8] eigenlijk alleen beperkingen opleggen aan de oppervlakte van de "warp bubble" maar niet aan de inhoud ervan. Omdat de setting van de theorie een Riemannse ruimte is en omdat we ervan uit gaan dat we de metriek onder controle hebben kunnen we makkelijk een "warp bubble" maken met een interne diameter van 200 meter maar een oppervlakte die voldoet aan de eisen die gesteld zijn in [8]. Hij slaagt erin een "warp drive" te construeren die ongeveer evenveel positieve en negatieve energie nodig heeft als een groot, stabiel wormgat.

Een ander probleem waar ik nog iets over wil zeggen is causaliteit. Het probleem is dat als je in een ruimte die globaal Minkowski is van A naar B gaat in een tijd kleiner dan het licht erover zou doen er een Lorentztransformatie is naar een coördinatenstelsel waarin je tijdscoördinaat van aankomst kleiner is dan je tijdscoördinaat van vertrek. Door naar het nieuwe globale Minkowski-stelsel te gaan en de procedure om te keren kun je eerder aankomen dan je vertrokken bent.

Een uitgebreide beschrijving van dit probleem is te vinden in [6]. Mogelijke oplossingen zijn

- een zelf consistentie eis (gebaseerd op het principe van Novikov: "De natuur staat alleen gedrag toe dat consistent is.");
- er is maar één Minkowski-stelsel ten opzichte waarvan je dit mag doen.

Het doel van deze paragraaf was om aan te geven dat dit probleem bestaat, verder wil ik er mijn handen niet aan branden.

4 Conclusie

Ten eerste is het goed op te merken dat het 1+3 formalisme heel nuttig is geweest voor het construeren het maken van de metriek. De interessante eigenschappen van de metriek volgen uit formules die we hebben afgeleid in de sectie over het 3+1 formalisme.

Een belangrijk resultaat was dat het zo is dat, in de Alcubierre metriek, volume-elementjes vóór ons ruimteschip contraheren. Dit vind ik de makkelijkste manier om te begrijpen wat er aan de hand is.

Aan de zwakke energie-conditie, een eis die zegt dat de energie-dichtheid voor alle waarnemers niet negatief moet zijn, wordt niet voldaan. Ook niet aan de zwakkere quantummechanische eis, tenzij je de “warp bubble” heel klein maakt. Door een verdere modificatie van de metriek wordt het dan mogelijk om alsnog een groot ruimteschip in zo’n hele kleine bubble te transporteren.

Tenslotte zijn er nog problemen omtrent causaliteit die optreden als een effectieve snelheid groter dan c hebt. Ik verwacht dat, gezien de vele wetenschappelijk publicaties in reactie op Alcubierre, het laatste woord hier nog niet over gesproken is. Of de mensheid in de toekomst ooit gebruik zal maken van dit principe om effectief sneller te reizen dan het licht, durf ik me niet uit te laten.

Referenties

[1] Miguel Alcubierre. The warp drive: hyper-fast travel within general relativity. *Classical and Quantum Gravity*, 11(5):L73–L77, 1994.

[2] James L Anderson. *Principles of Relativity Physics*. Academic Press, 1967.

[3] Chris Van Den Broeck. A ‘warp drive’ with more reasonable total energy requirements. *Classical and Quantum Gravity*, 16(12):3973–3979, 1999.

[4] Tim Budden and Dennis Dieks. Grondslagen van ruimte- en tijdtheorieën. Lecture notes, 1998.

[5] Chad Clark, William A Hiscock, and Shane L Larson. Null geodesics in the alcubierre warp-drive spacetime: the view from the bridge. *Classical and Quantum Gravity*, 16(12):3965–3972, 1999.

[6] Jason W Hinson. Relativity and ftl travel faq. Internet: http://www.physics.purdue.edu/˜hinson/ftl/, 2000.

[7] Charles W Misner, Kip S Thorne, and John Archibald Wheeler. *Gravitation*. W. H. Freeman and company, 1973.

[8] M J Pfenning and L H Ford. The unphysical nature of ‘warp drive’. *Classical and Quantum Gravity*, 14(7):1743–1751, 1997.

[9] G ’t Hooft. Lecture notes to the course: Introduction to general relativity. Internet: http://www.phys.uu.nl/˜thooft, 1996.